

Série N°:1EXERCICE N°1 :

❶ Ecrire sous forme $a + b\sqrt{c}$, où a, b et c sont des entiers.

1) $\sqrt{16 - 6\sqrt{7}}$

2) $\sqrt{43 + 30\sqrt{2}}$

3) $\sqrt{18 + 2\sqrt{77}}$

❷ Ecrire sans radicaux au dénominateur :

1) $\frac{-\sqrt{7}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}}$

2) $\frac{\sqrt{7} - 1}{\sqrt{7} + 1}$

3) $\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} - \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$

❸ On donne les réels : $A = 9 + 4\sqrt{5}$ et $B = 9 - 4\sqrt{5}$

1) Ecrire plus simplement A/B.

2) Ecrire A et B sous la forme d'un carré.

3) Simplifier l'écriture suivante : $A\sqrt{A} + B\sqrt{B}$

❹

1) Ecrire sans radical au dénominateur : $\frac{1}{\sqrt{3} + 2} - \frac{1}{\sqrt{3} - 2}$

2) Soit un entier naturel n :

a- Montrer que : $\frac{-1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} = \sqrt{n} - \sqrt{n+1}$.

b- En déduire la valeur de $X = \frac{-1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{-1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{-1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}}$

EXERCICE N°2 :

❶ Soit x un réel tel que : $2 \leq x \leq 3$

1) Encadrer : $1 - x$, $x(1 - x)$ et $x^2 - 6x + 3$.

2) Montrer que pour tout réel x on a : $2\sqrt{x^2} + |x - x^2| - \sqrt{(1-x)^2} = 1 + x^2$

3) a- Montrer que : $\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} = \frac{1}{x(1-x)}$. b- En déduire que : $-\frac{1}{3} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} \leq -\frac{1}{4}$

❷ Soit x un réel non nul, montrer :

1) $\sqrt{\frac{x^2 + 7}{x^2 + 3}} < \frac{x^2 + 7}{x^2 + 3}$

2) $\sqrt{\frac{x^2 + 1}{x^2 + 5}} > \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5}$

EXERCICE N°3 :

❶ x, y et z trois réels strictement positifs :

1) Montrer que : $x^2 + y^2 \geq 2xy$

2) Montrer alors que : a) $2(x^2 + y^2) \geq (x + y)^2$. b) $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$.

3) En déduire que : $\frac{x}{yz} + \frac{y}{xz} + \frac{z}{xy} \geq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

❷ Soit a et b deux réels strictement positifs :

1) Montrer que : $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} \geq a + b$

2) Montrer que : si $a \leq b$ et $a + b = 1$, alors on a : $\sqrt{a^2 + b^2} \leq \frac{b}{\sqrt{a}}$